Ministerium für Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein - Westfalen

Aufgabenideen zu Muster und Strukturen

Mathematik

Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes
Nordrhein-Westfalen

Aufgabenideen zu Muster und Strukturen

Muster und Strukturen in den KMK-Bildungsstandards

Mathematik wird häufig als „Wissenschaft von Mustern“ bezeichnet. Von daher ist es nachvollziehbar, dass sich unter den fünf inhaltlichen Leitideen der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Jahrgangsstufe 4 (KMK: Beschlüsse der Kultusministerkonferenz-Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). München und Neuwied 2005) ein eigener Bereich *Muster und Strukturen* findet.

Seinen *zwei Schwerpunkten*:
- Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen
- funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen

werden als *anzustrebende Kompetenzen* zugeschrieben:
- strukturierte Zahldarstellungen (z. B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen,
- Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z. B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen,
- arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben.

und:
- funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z. B. Menge – Preis) und entsprechende Aufgaben lösen,
- funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen,
- einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen.

Die beiden zugehörigen Aufgabenbeispiele beschäftigen sich mit Streifenmustern und der Hundertertafel.

Muster und Strukturen im NRW-Lehrplan

Der Mathematiklehrplan für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen verzichtet auf einen eigenständigen Bereich für *Muster und Strukturen*. Gesetzmäßigkeiten und Beziehungen lassen sich in vielfältigen Inhalten erkennen, beschreiben und darstellen. Klare Grenzziehungen zwischen *Muster und Strukturen* einerseits und den anderen vier Inhaltsbereichen andererseits sind nicht möglich.
Zudem sind Erkennen, Beschreiben und Darstellen von Gesetzmäßigkeiten und (funktionalen) Beziehungen grundlegende Kompetenzen, die beim Lösen von Problemen und bei der Kommunikation über Lösungswege regelmäßig und unabhängig vom jeweils gewählten Inhalt benötigt werden.

KMK-Bildungsstandards	**NRW-LP**	
Muster und Strukturen	**Inhaltsbereiche**	**Kompetenzerwartungen**
Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen	Zahlen und Operationen	- strukturierte Zahldarstellungen (z. B. Hundertertafel) verstehen und nutzen
	Zahlen und Operationen Raum und Form	- die Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z. B. Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen
	Zahlen und Operationen Raum und Form	- arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben

funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen	Größen und Messen Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit	- funktionale Beziehungen in Sachaufgaben erkennen, sprachlich beschreiben (z. B. Menge – Preis) und entsprechende Aufgaben lösen
	Größen und Messen Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit	- funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen
	Größen und Messen	- einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen

Muster und Strukturen finden sich also quer durch alle Inhaltsbereiche. „Dies ist ein klares Indiz dafür, dass der Bereich *Muster und Strukturen* den Inhaltsbereichen *über*geordnet ist. In neueren Lehrplänen, die sich ausdrücklich auf die Bildungsstandards beziehen, wird er daher aus gutem Grund nicht als eigener Bereich ausgewiesen, sondern ist in die Inhaltsbereiche integriert“ (Wittmann/Müller: Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In: Walther/van den Heuvel-Panhuizen/Granzer/Köller (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin 2008. S 42).
Auch in den Formulierungen der Bildungsstandards finden sich explizit wie implizit *Muster und Strukturen* wieder, z. B.:

Zahlen und Operationen	Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen	den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen
Raum und Form	einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen	symmetrische Muster fortsetzen und selbst entwickeln
		ebene Figuren in Gitternetzen abbilden (verkleinern und vergrößern)
Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit	Daten erfassen und darstellen	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen

Dem Erkennen und Nutzen von Mustern und Strukturen kommt im Mathematikunterricht eine wesentliche Rolle zu. Der Nutzen ist aber nicht nur darin zu sehen, dass die Kinder lernen, Muster und Strukturen zur Lösung von Aufgaben heranzuziehen, sondern auf diese Weise können sie auch ihre Möglichkeiten, Mathematik zu betreiben, insgesamt weiter ausbauen.

Aufgabenideen zu Muster und Strukturen

Nachfolgend wird die enge Verzahnung der Inhalte mit Elementen aus dem Bereich der *Muster und Strukturen* an einigen ausgewählten Beispielen aufgezeigt, bei denen die Nähe nicht immer sofort deutlich wird.

A) Zauberquadratfolgen

Bereich: **Schwerpunkt:**	**Zahlen und Operationen** **Zahlvorstellungen**
Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase Die Schülerinnen und Schüler	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 Die Schülerinnen und Schüler
• entdecken und beschreiben Beziehungen zwischen Zahlen (z. B. *ist Vorgänger/Nachfolger von, ist die Hälfte/das Doppelte von, ist um 3 größer*) mit eigenen Worten	• entdecken Beziehungen ... in komplexen Zahlenfolgen und beschreiben diese unter Verwendung von Fachbegriffen (z. B. *ist Vorgänger/Nachfolger von, ist Nachbarzehner/Nachbarhunderter von, ist die Hälfte/das Doppelte von, ist Vielfaches/Teiler von*)

Komplexere Zahlenfolgen lassen sich auf unterschiedliche Weise herstellen. So kann die Bildungsregel anspruchsvoller gestaltet werden, aber auch die Folgenglieder können komplexer sein.

Die nachfolgenden Aufgabenstellungen enthalten als Folgenglieder Zahlenquadrate.
Bei einem Zauberquadrat ist die Summe in den Reihen, Spalten und Diagonalen gleich.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

1. Aufgabe

Aus einem Zauberquadrat kann man neue Zauberquadrate machen. Trage die Zahlen für das 7. Zauberquadrat ein.

1. Zauberquadrat

6	7	2
1	5	9
8	3	4

2. Zauberquadrat

7	8	3
2	6	10
9	4	5

3. Zauberquadrat

8	9	4
3	7	11
10	5	6

……

7. Zauberquadrat

2. Aufgabe

1. Zauberquadrat

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2. Zauberquadrat

3. Zauberquadrat

6	21	18
27	15	3
12	9	24

4. Zauberquadrat

5. Zauberquadrat

6. Zauberquadrat

12	42	36
54	30	6
24	18	48

a) Welche Regel findest du für diese Folge der Zauberquadrate?
b) Fülle die Zauberquadrate Nr. 2, 4 und 5 aus.

B) Strukturierte Aufgabenformate (Rechendreieck-Kette und Zahlenmauer-Kette)

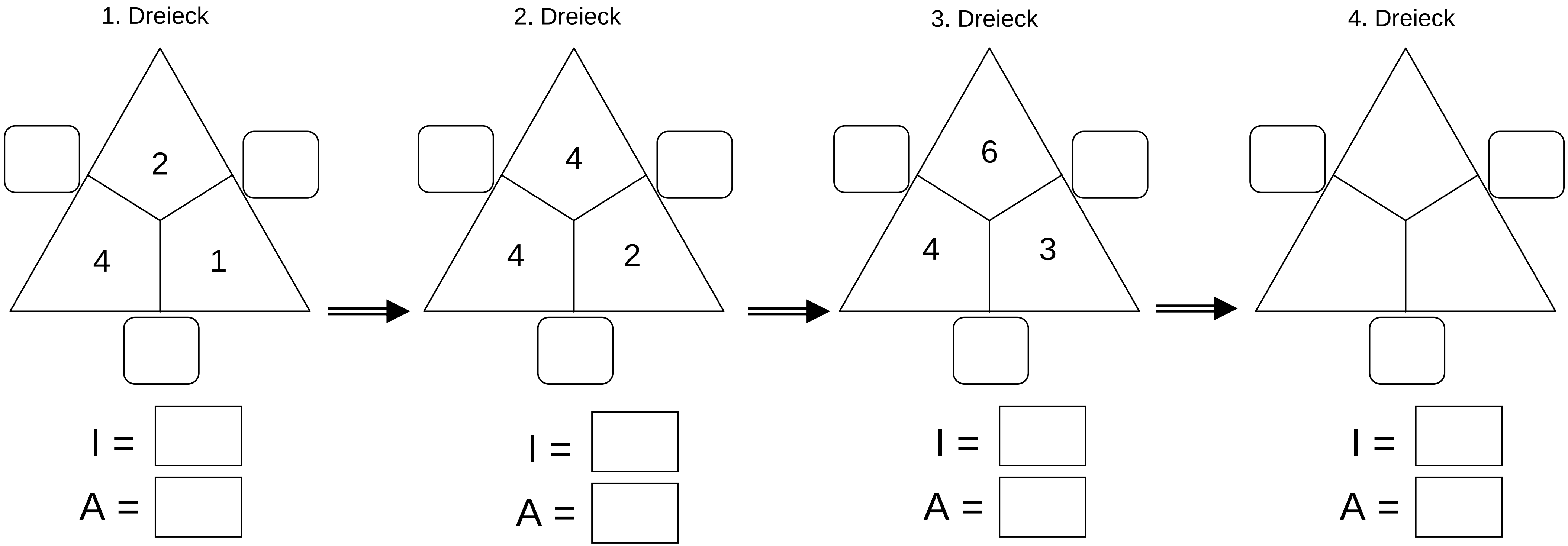
Bereich: **Schwerpunkt:**	**Zahlen und Operationen** **Zahlenrechnen**
Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase Die Schülerinnen und Schüler	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen Zahlbeziehungen (z. B. *Nachbarzahlen*) und Rechengesetze (z. B. *Kommutativgesetz*) für vorteilhaftes Rechnen	• nutzen Zahlbeziehungen und Rechengesetze (z. B. *Distributivgesetz, Gesetz von der Konstanz der Summe*) bei allen vier Grundrechenarten für vorteilhaftes Rechnen

Um dem monotonen Lösen von Serien gleichartiger Aufgaben entkommen zu können, werden strukturierte Aufgabenformate (Rechendreiecke, Zahlenmauern, Zauberquadrate, Zahlenketten, Mal-Plus-Häuser, Entdecker-Päckchen, …) gezielt konstruiert, denen jeweils eine bestimmte Struktur zugrunde liegt.
Durch den regelmäßigen Einsatz solcher Aufgabenformate im Unterricht wird das Entdecken und Nutzen von Mustern und Strukturen gefördert.
Wurden im Unterricht bereits die Zahlenmauer bzw. das Rechendreieck eingeführt und die diesen Aufgabenformaten innewohnenden Muster und Strukturen von den Kindern entdeckt, so können bei der Bearbeitung der nachfolgenden 4 Aufgabenstellungen (AB „Rechendreieck-Kette 1“, AB „Rechendreieck-Kette 2“, AB „Zahlenmauer-Kette 1“ und AB „Zahlenmauer-Kette 2“) die erkannten Muster und Strukturen genutzt und darüber hinaus noch weitere entdeckt werden.

Rechendreieck-Kette 1

Berechne die fehlenden Zahlen.

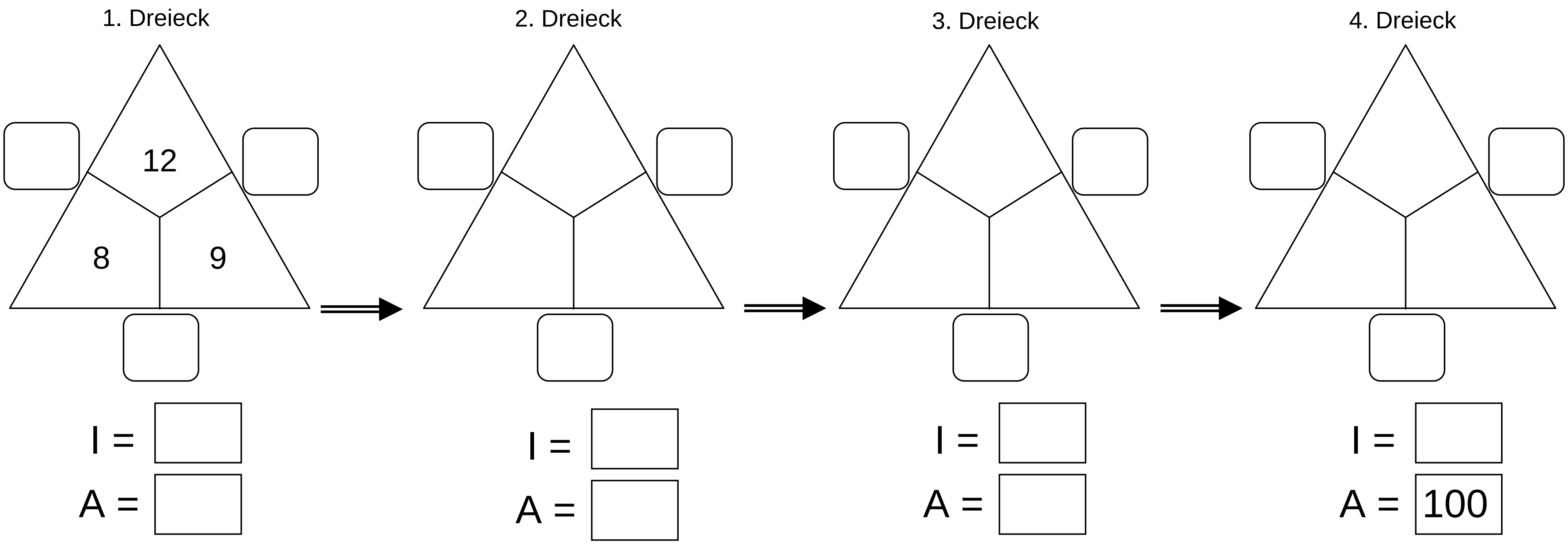
Wie geht es weiter?



Vergleiche die Innensumme (I) und die Außensumme (A) bei jedem Dreieck. Was fällt dir auf?
Wie verändern sich die Innensumme und die Außensumme von einem Dreieck zum nächsten?

Rechendreieck-Kette 2

Peter hat sich eine Rechendreieck-Kette ausgedacht.
Er verrät dir, wie sein erstes Rechendreieck aussieht.
Sein viertes Rechendreieck hat die Außensumme 100.
Welche Rechendreieck-Kette könnte er sich ausgedacht haben?



Zahlenmauer-Kette 1

1. Zahlenmauer

Berechne die fehlenden Zahlen. Wie geht es weiter?

1. Mauer			2. Mauer			3. Mauer			4. Mauer		
3	5	1	5	5	4	7	5	7			

2. Zahlenmauer

Berechne die fehlenden Zahlen. Wie geht es weiter?

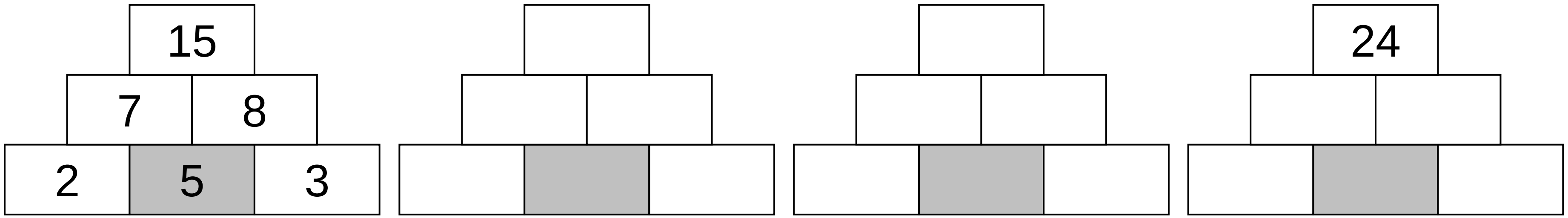
1. Mauer			2. Mauer			3. Mauer			4. Mauer		
3	5	1	5	6	4	7	7	7			

Warum verändert sich die Zielzahl bei der 1. und 2. Zahlenmauer nicht um dieselbe Zahl?

Zahlenmauer-Kette 2

Tim hat sich eine Zahlenmauer-Kette ausgedacht.
Er verrät dir, wie seine erste Zahlenmauer aussieht.
Seine vierte Zahlenmauer hat die Zielzahl 24.

Welche Zahlenmauer-Kette könnte er sich ausgedacht haben?



Struktureller Aufbau von Rechendreieck-Ketten bzw. Zahlenmauer-Ketten

Den strukturellen Aufbau von Rechendreieck-Ketten bzw. Zahlenmauer-Ketten können die Kinder bei dem jeweils ersten Aufgabenblatt entdecken:

Rechendreieck-Kette 1:

Lage der Zahl	1. Dreieck	2. Dreieck	3. Dreieck	Bildungsregel	4. Dreieck
oben	2	4	6	immer **+ 2**	8
unten links	4	4	4	immer **+ 0**	4
unten rechts	1	2	3	immer **+ 1**	4
Innensumme	7	10	13	immer **+ 3**	16
Außensumme (A=2•I)	14	20	26	immer + 6	32

Bei der Rechendreieck-Kette erhöht sich die Innensumme jeweils um die Summe der 3 Zahlen, um die sich die obere, die untere linke und die untere rechte Zahl immer erhöhen. (2+0+1=3)

Zahlenmauer-Kette 1:

1. Zahlenmauer-Kette

Lage der Zahl	1. Mauer	2. Mauer	3. Mauer	Bildungsregel	4. Mauer
unten links	3	5	7	immer **+ 2**	9
unten Mitte	5	5	5	immer **+ 0**	5
unten rechts	1	4	7	immer **+ 3**	10
Zielzahl (Z=ul+2•uM+ur)	14	19	24	immer **+ 5**	29

Bei der 1. Zahlenmauer-Kette erhöht sich die Zielzahl jeweils um die Summe der beiden Zahlen, um die sich die linke und rechte die untere Zahl immer erhöhen, da die mittlere Zahl unverändert bleibt. (2+0+3=5)

2. Zahlenmauer-Kette

Lage der Zahl	1. Mauer	2. Mauer	3. Mauer	Bildungsregel	4. Mauer
unten links	3	5	7	immer **+ 2**	9
unten Mitte	5	6	7	immer **+ 1**	8
unten rechts	1	4	7	immer **+ 3**	10
Zielzahl (Z=ul+2•uM+ur)	14	21	28	immer **+ 7**	35

Bei der 2. Zahlenmauer-Kette erhöht sich die Zielzahl zusätzlich noch um das Doppelte der Zahl, um die sich die mittlere Zahl erhöht. (2+2•1+3=7)

Aufgrund des strukturellen Aufbaus ergibt sich bzgl. Rechendreieck-Kette 2:

Beim 1. Dreieck ergibt sich: I = 29, A = 58

Außensumme (A=2•I)	58			100

Für die Folge der Außensummen ergibt sich demnach:
100 – 58 = 42 und 42 : 3 = 14 , also immer + 14

Außensumme (A=2•I)	58	72	86	100

Für die Innensumme ergibt sich entsprechend:

Innensumme	29	36	43	50

Als Lösungen kommen alle Rechendreieck-Ketten in Betracht, bei denen sich die Innensumme jeweils um 7 erhöht.

Aufgrund des strukturellen Aufbaus ergibt sich bzgl. Zahlenmauer-Kette 2:

Zielzahl	15			24

Für die Folge der Zielzahlen ergibt sich demnach:
24 – 15 = 9 und 9 : 3 = 3, also erhöht sich Z immer um 3.

Als Lösungen kommen alle Zahlenmauer-Ketten in Betracht, bei denen sich die Zielzahl jeweils um 3 erhöht.
Dies ist möglich,
(1) indem bei konstanter mittlerer Zahl (uM=5) die beiden anderen Zahlen sich in der Summe um jeweils 3 erhöhen:

ul: immer + 0, ur: immer + 3
ul: immer + 1, ur: immer + 2
ul: immer + 2, ur: immer + 1
ul: immer + 3, ur: immer + 0

oder
(2) indem sich die mittlere Zahl (unten) immer um 1 erhöht, während die beiden anderen Zahlen sich in der Summe um jeweils 1 erhöhen:

ul: immer + 0, ur: immer + 1
ul: immer + 1, ur: immer + 0

C) Malnehmen auf besondere Art

Bereich: **Schwerpunkt:**	**Zahlen und Operationen** **Zahlenrechnen**
Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase Die Schülerinnen und Schüler	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 Die Schülerinnen und Schüler
	• nutzen Zahlbeziehungen und Rechengesetze (z. B. *Distributivgesetz, Gesetz von der Konstanz der Summe*) bei allen vier Grundrechenarten für vorteilhaftes Rechnen

In den hier vorliegenden Aufgaben wird die Multiplikation ersetzt durch mehrfaches Halbieren des einen Faktors bei gleichzeitiger Verdoppelung des anderen Faktors (Gesetz von der Konstanz des Produktes). Während das Verdoppeln immer gelingt, gibt es beim Halbieren das Problem, dass eine ungerade Zahl nicht in zwei ganze Zahlen zerlegt werden kann. Hier wird dann mit der nächstkleineren Zahl weiter gerechnet und der Rest bzw. die Reste zum letzten Verdopplungsergebnis addiert.
Die Aufgabenstellungen leiten an zum Erkennen, Beschreiben und Darstellen dieser Gesetzmäßigkeit einschließlich der Erkenntnis, wie mit dem Störfall „ungerade Zahl“ umzugehen ist.
Eine Übertragung auf die Division wird angeregt.

1. Aufgabe

Jens erzählt in der Klasse: „Ich kann ganz einfach malnehmen. Man muss nur verdoppeln, halbieren und addieren können. Ich zeige euch ein Beispiel.“

Wie hat Jens gerechnet?

25	•	16
50	•	8
100	•	4
200	•	2
400	•	1
Ergebnis:		**400**

2. Aufgabe

Geht das immer?
Hier sind noch weitere Rechnungen von Jens:

32	•	56
16	•	112
8	•	224
4	•	448
2	•	896
1	•	1792
		1792

48	•	39				
24	•	78				
12	•	156				
6	•	312				
3	•	624				
1	•	1248		624 Rest		
		1248	**+**	**624**	**=**	**1872**

27	•	68	
54	•	34	
108	•	17	
216	•	8	108 Rest
432	•	4	
864	•	2	
1728	•	1	
1728	**+**		**108** **=** **1836**

93	•	47	
186	•	23	93 Rest
372	•	11	186 Rest
744	•	5	372 Rest
1488	•	2	744 Rest
2976	•	1	
2976	**+**		**1395** **=** **4371**

Wie wurde gerechnet?
Wann entstehen „Reste“?

3. Aufgabe
Schreibe weitere Rechnungen auf.

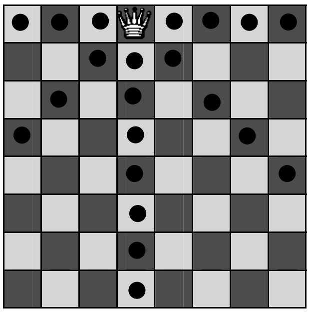
4. Aufgabe
Kann man auch Divisionsaufgaben mit Halbieren und Verdoppeln lösen?
Mache einen Versuch.

D) Anordnungsmuster auf einem Spielfeld

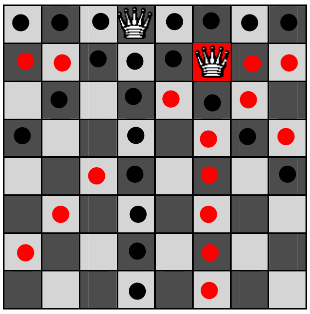
Bereich: **Schwerpunkt:**	**Raum und Form** **Ebene Figuren**
Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase Die Schülerinnen und Schüler	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 Die Schülerinnen und Schüler
	• setzen Muster fort (z. B. *Bandornamente, Parkettierungen*), beschreiben sie und erfinden eigene Muster

Schachbrettmuster finden sich in vielen Varianten und Zusammenhängen.
Eine ganz andere Art des Umgangs mit Mustern auf einem Schachbrett ergibt sich, wenn Spielfiguren auf dem Schachbrett platziert werden unter Beachtung der Zugmöglichkeiten und Schachregeln der jeweiligen Figur.
Die sich ergebende Anordnung hat eine innere Struktur, die abhängig ist von den Bewegungsmöglichkeiten der Figur und von ihrer Position auf dem Schachbrett in Beziehung zu den Positionen der anderen Figuren. Am bekanntesten unter Schachkundigen ist wohl das Damenproblem.

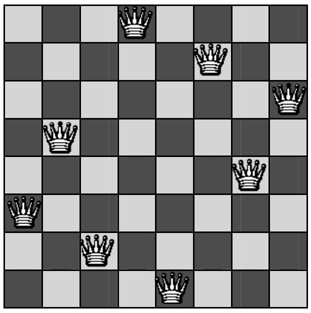
Unter Beachtung der Schachregeln sollen 8 Damen so auf dem Schachbrett verteilt werden, dass sie sich nicht gegenseitig schlagen können.



Diese Dame „überwacht" insgesamt 21 Felder.



Durch das Hinzufügen einer zweiten Dame kommen weitere „überwachte" Felder hinzu. Die Zahl der Felder, auf denen die verbleibenden sechs Damen platziert werden können, nimmt weiter ab.



Eine vollständige Lösung

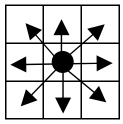
Es gibt insgesamt 92 mögliche Anordnungsmuster (siehe dazu im Internet vielfältige Hinweise unter dem Suchwort „Damenproblem"), die sich auf 12 eindeutige Anordnungen reduzieren lassen, wenn durch Drehen und Spiegeln des Schachbrettes Lösungen ineinander überführt werden.
Durch Verkleinerung des Feldes lässt sich die Aufgabe verändern. Die Zahl der Felder entlang einer Seite bestimmt dabei die Zahl der Spielfiguren (Damen):
4 Damen für ein 4 x 4-Feld
5 Damen für ein 5 x 5-Feld
6 Damen für ein 6 x 6-Feld usw.

1. Aufgabe (Problemeinführung)

Auf dem Feld sollen 4 Spielsteine so hingestellt werden, dass sie sich nicht gegenseitig schlagen können.

Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Regel: Ein Spielstein kann einen anderen schlagen, wenn das Feld des anderen Steins durch einen Zug in waagerechter, senkrechter oder diagonaler Richtung erreicht werden kann.



Benötigt werden ein Spielplan mit 4 x 4 Feldern und vier Spielsteine.

Lösungen:

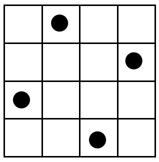


Abb. 1.1

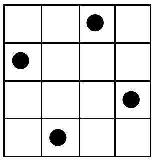


Abb. 1.2

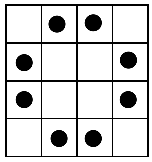


Abb. 1.3

Abb. 1.1 und 1.2 zeigen die beiden möglichen Lösungen.

Abb. 1.3 verdeutlicht, dass die beiden Anordnungen zusammen ein schönes Muster ergeben.

Dieses Muster kann als Hilfe (Tipp) vorgegeben werden, z. B.:

- Gehe im Kreis und nimm jeden zweiten Stein heraus, bis vier Steine übrig bleiben.
- Überprüfe das Restmuster.
- Erfüllt es jetzt die Aufgabe?
- Kannst du auch bei einem anderen Stein beginnen?

2. Aufgabe

Auf dem Feld sollen 5 Spielsteine so hingestellt werden, dass sie sich nicht gegenseitig schlagen können.

Benötigt werden ein Spielplan mit **5 x 5 Feldern** und **fünf** Spielsteine.

a) Sortiere deine gefundenen Lösungen. (als Tipp z. B.: Spiegeln, Drehen)
b) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es? (Austausch im Rahmen einer Rechenkonferenz)

Lösungen:

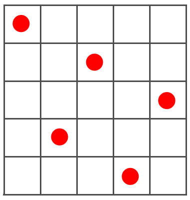


Abb. 2.1

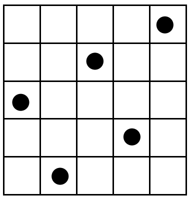


Abb. 2.2

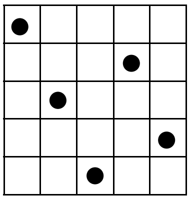


Abb. 2.3

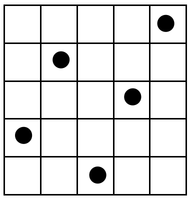


Abb. 2.4

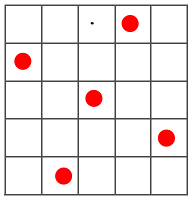


Abb. 2.5

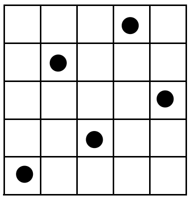


Abb. 2.6

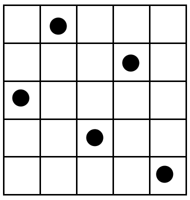


Abb. 2.7

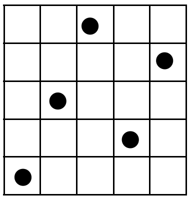


Abb. 2.8

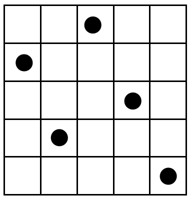


Abb. 2.9

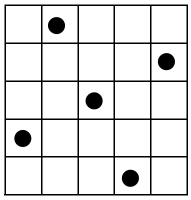


Abb. 2.10

Es gibt insgesamt 10 verschiedene Lösungen (Abb. 2.1 bis 2.10). Am einfachsten findet man die Lösungen, wenn man vom Start aus eine Rundreise in Form des „Rösselsprunges“ beginnt.
Die acht Lösungen mit einem Spielstein in der Ecke lassen sich durch Drehen bzw. Spiegeln und die beiden Lösungen mit dem Spielstein im Zentrum durch Drehen aufeinander abbilden. Wenn man die Lösungen, die durch Drehen und Spiegeln aufeinander abgebildet werden, nur einfach zählt, bleiben zwei eindeutige Lösungen (rot gekennzeichnet) übrig.
Diese Beobachtungen ermöglichen differenzierte Hilfen, z. B. durch Setzen des ersten Steins, Vorgabe des „Rösselsprunges“ als Bewegung, Ausnutzen der Symmetrieabbildungen beim Suchen weiterer Lösungen.

Durch Kombination mehrerer Lösungen entstehen interessante Muster, wovon einige symmetrisch sind:

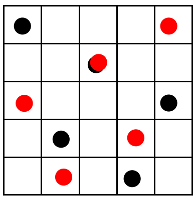


Abb. 2.1 u. 2.2

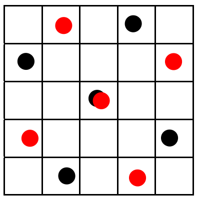


Abb. 2.5 u. 2.10

Daher eignet sich diese Aufgabe auch für den Schwerpunkt „Symmetrien“ im Bereich „Raum und Form“:

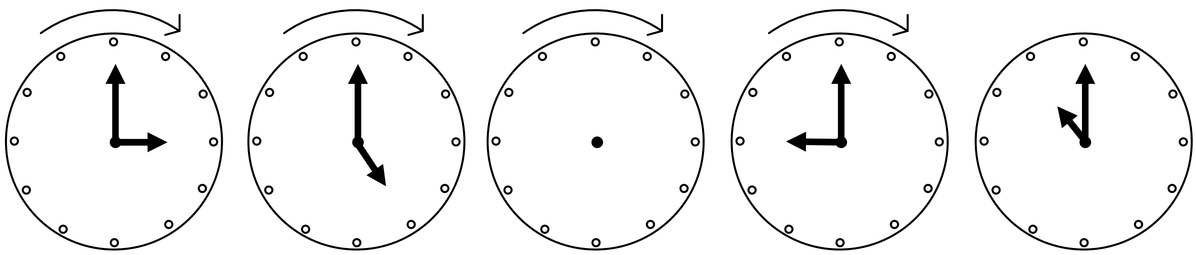
Kompetenzbereich: **Raum und Form** **Schwerpunkt:** **Symmetrien**	
Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase Die Schülerinnen und Schüler	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 Die Schülerinnen und Schüler
	• erzeugen komplexere symmetrische Figuren (z. B. *Zeichnen von Spiegelbildern auf Gitterpapier, Spiegeln mit einem Doppelspiegel*) und nutzen dabei die Eigenschaften der Achsensymmetrie

E) Analoge und digitale Uhren

Bereich:	**Größen und Messen**
Schwerpunkt:	**Größenvorstellung und Umgang mit Größen**
Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase Die Schülerinnen und Schüler	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 Die Schülerinnen und Schüler
• lesen einfache Uhrzeiten (volle Stunde, halbe Stunde, Viertelstunde, Dreiviertelstunde) auf analogen/digitalen Uhren ab und stellen analoge/digitale Uhren auf vorgegebene Uhrzeiten ein bzw. tragen die fehlenden Zeiger/Ziffern ein	• lesen Uhrzeiten auf analogen/digitalen Uhren ab
• verwenden die Einheiten für Geldwerte (ct, €), Längen (cm, m), Zeitspannen (Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat, Jahr) und stellen Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen dar (umwandeln)	• verwenden die Einheiten für Längen (mm, km), Zeitspannen (s, min, h), Gewichte (g, kg, t) und Volumina (ml, l) und stellen Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen dar (umwandeln)

Um analoge bzw. digitale Uhren ablesen und nach Vorgaben einstellen zu können, müssen die Schülerinnen und Schüler den Aufbau der Skalierung bei analogen und digitalen Uhren sowie den Zusammenhang zwischen den Einheiten und ihren jeweiligen Untereinheiten (h-min, min-s) verstanden haben.

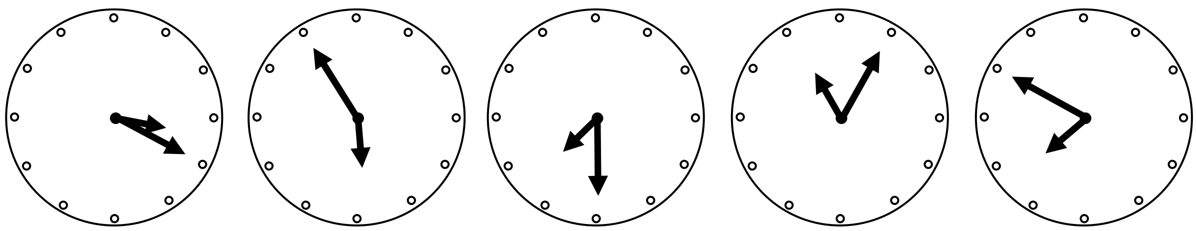
1. Trage bei der 3. Uhr die beiden fehlenden Uhrzeiger ein.



2. Trage bei der 4. Uhr die Uhrzeit ein.

08:40	08:55	09:10	:	09:25

3. Welche beiden Uhren zeigen dieselbe Uhrzeit an? Verbinde.



05:55	11:05	15:20	07:50	19:30

F) Schrittlängen

Bereich: **Schwerpunkt:**	**Größen und Messen** **Sachsituationen**
Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase Die Schülerinnen und Schüler	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen Bearbeitungshilfen wie Zeichnungen, Skizzen etc. zur Lösung von Sachaufgaben	• nutzen selbstständig Bearbeitungshilfen wie Tabellen (z. B. *zur Darstellung funktionaler Beziehungen*), Skizzen, Diagramme etc. zur Lösung von Sachaufgaben

Tabellen sind hilfreich beim Erkennen, Bearbeiten und Darstellen funktionaler Beziehungen. Schon früh lernen die Kinder im Mathematikunterricht das Zuordnen. Die Zuordnungsergebnisse werden häufig tabellarisch erfasst.

Beispiel für eine Zuordnung „Menge – Preis“:

Paket Schokoriegel	1	2	3	4
Preis	2 Euro	4 Euro	6 Euro	8 Euro

usw.

Aufgabe:

Carla hüpft mit beiden Beinen 30 cm weit, Lucas hüpft mit beiden Beinen 40 cm weit.

a) Wie viel cm Vorsprung hat Lucas nach 7 Hüpfern, 8 Hüpfern, 10 Hüpfern?

Als möglicher Tipp:
Fülle die Tabelle aus.

Anzahl der Hüpfer	Carla	Lucas	Vorsprung
1	cm	cm	cm
2	cm	cm	cm
3	cm	cm	cm
4	cm	cm	cm
5	cm	cm	cm
6	cm	cm	cm
7	cm	cm	cm
8	cm	cm	cm

Als weitere Aufgabenstellungen bieten sich alternativ b1) und b2) an:

b1)
Lucas schlägt Carla ein Spiel vor:
„Ich hüpfe fünfmal und bleibe dann stehen. Wie oft musst du wohl hüpfen, um mich einzuholen oder zu überholen?“

Da ihnen dieses Spiel Spaß macht, wiederholen sie das Spiel mehrmals.
Dabei bleibt Lucas immer nach einer unterschiedlichen Anzahl von Hüpfern stehen.

Anzahl der Hüpfer von Lucas	Anzahl der Hüpfer von Carla, bis sie ihn eingeholt oder überholt hat
1	2
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

b2)
Carla schlägt Lucas folgendes Spiel vor:
„Du darfst zuerst viermal springen. Dann will ich wissen, wie oft ich springen muss, um möglichst nah an dich heranzukommen.“

Da ihnen dieses Spiel Spaß macht, wiederholen sie das Spiel mehrmals.
Dabei bleibt Lucas immer nach einer unterschiedlichen Anzahl von Hüpfern stehen.

Anzahl der Hüpfer von Lucas	Anzahl der Hüpfer von Carla, um möglichst nah an Lucas heranzukommen
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

G) Zufallsexperimente durchführen und auswerten

Bereich:	**Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten**
Schwerpunkt:	**Daten und Häufigkeiten**
Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase Die Schülerinnen und Schüler	Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4 Die Schülerinnen und Schüler
• sammeln Daten aus der unmittelbaren Lebenswirklichkeit und stellen sie in Diagrammen und Tabellen (z. B. *funktionaler Zusammenhang wie: Menge – Preis*) dar	

Wie Kinder beim Sammeln und Darstellen von Daten in Tabellen und Diagrammen Muster und Strukturen entdecken können, zeigen die folgenden beiden Aufgabenbeispiele, die in einer zweiten Klasse durchgeführt wurden.

Um die obige Kompetenz ausbilden zu können, ist es durchaus legitim, nicht nur auf das Sammeln von Daten aus der unmittelbaren Lebenswirklichkeit der Kinder zurückzugreifen. Dies ist dann angebracht, wenn das Sammeln und Auswerten von Daten bei Zufallsexperimenten nicht nur altersadäquat, sondern auch zweckdienlich ist.
Wenn in der Schule eine Getränkebestellung erfolgt, kann dies zum Anlass genommen werden, um das Führen einer Strichliste oder das Zeichnen eines Säulendiagramms zu üben. Aufgrund der Strichliste oder aus dem Säulendiagramm kann dann entnommen werden, wie viel Kinder Kakao, Vanille oder Milch bestellt haben.
Bei Zufallsexperimenten hingegen kann der Blick der Kinder nach dem Sammeln und Auswerten von Daten für strukturelle Zusammenhänge geschärft werden.

1. Zufallsexperiment: Zahlen ziehen und addieren

Zunächst hatten die Schülerinnen und Schüler den Auftrag, das Zufallsexperiment „Zahlen ziehen und addieren“ in Partnerarbeit jeweils sechsmal durchzuführen.
Anschließend überlegten die Kinder, wie die Ergebnisse aller Ziehungen festgehalten werden könnten. Ihren Ideen entsprechend haben sie Strichlisten geführt, Tabellen angelegt oder Säulendiagramme gezeichnet. Einige Lösungsvarianten sind nachfolgend dargestellt.
Alle drei Darstellungsweisen ermöglichten den Schülerinnen und Schülern, die Häufigkeitsverteilung recht deutlich strukturell zu erfassen:

- Nur die Zahlen von 12 bis 18 kommen als Summen vor.
- Die 15 kommt am häufigsten vor.
- Von der 15 abwärts zur 12 bzw. von der 15 aufwärts zur 18 nimmt die Häufigkeit immer mehr ab.
- Besonders von der 14 zur 13 und von der 16 zur 17 nimmt die Häufigkeit nochmals stärker ab.

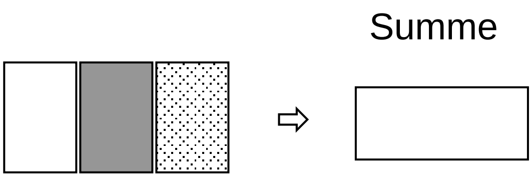
2. Zufallsexperiment: Glücksräder drehen

In ähnlicher Weise wie beim Zufallsexperiment „Zahlen ziehen und addieren“ können die Schülerinnen und Schüler auch beim Zufallsexperiment „Glücksräder drehen“ aufgrund von durchgeführten Zufallsexperimenten die gesammelten Daten tabellarisch festhalten oder in Diagrammen darstellen.
Der anschließende Vergleich der Glücksräder mit den jeweiligen Häufigkeitsverteilungen von „weiß“ und „schwarz“ lässt Rückschlüsse darüber zu, dass und warum das Verhältnis der Flächenanteile von „weiß“ und „schwarz“ und die Häufigkeitsverteilung von „weiß“ und „schwarz“ jeweils gleich sind.

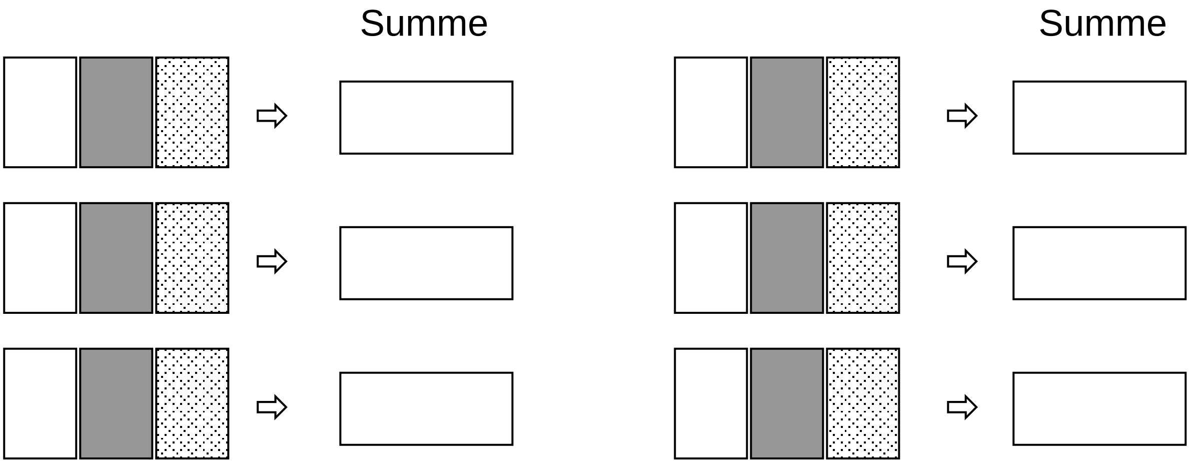
Experiment „Zahlen ziehen und addieren“

1	4	7
2	5	8
3	6	9

Lege die 9 Karten **verdeckt** auf den Tisch und mische sie.
Ziehe eine weiße, eine graue und eine gepunktete Karte.
Schreibe die gezogenen Zahlen auf und berechne ihre Summe.



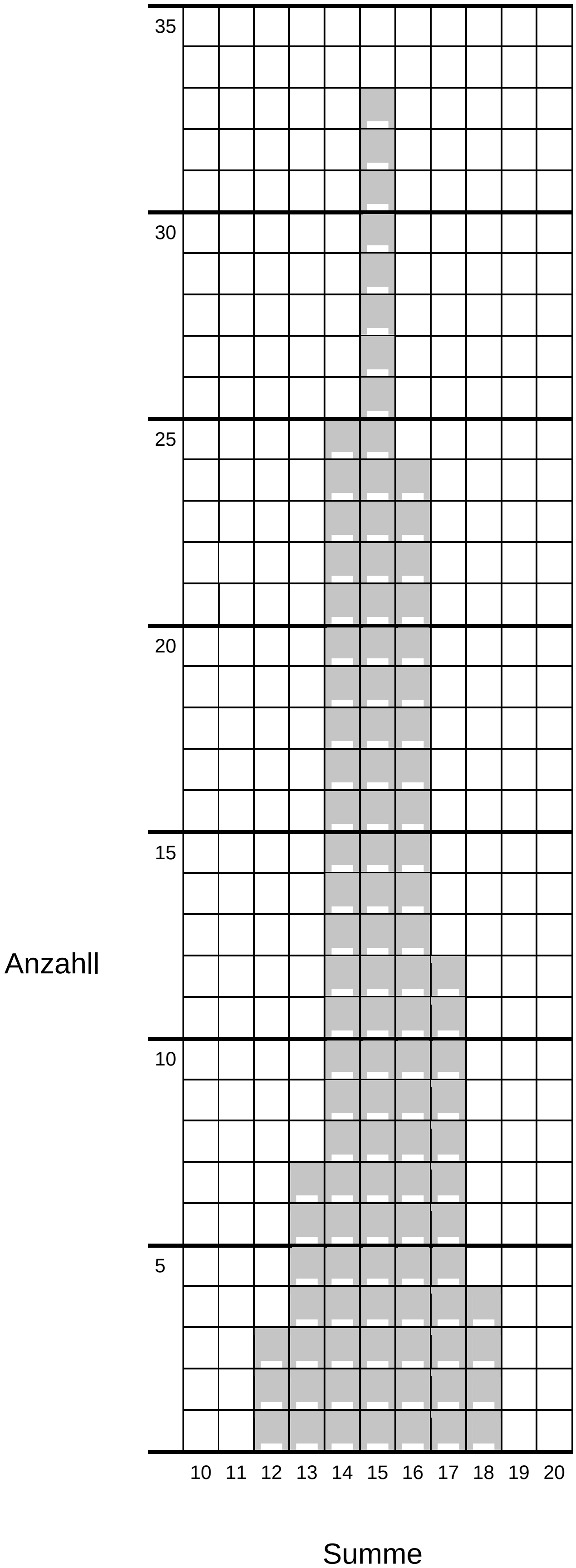
Führe das Experiment 6 x mit deinem Partner durch.



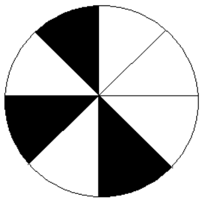
Summe	Striche
10	
11	
12	𝍷𝍷𝍷
13	𝍸 𝍷𝍷
14	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
15	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷
16	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷
17	𝍸 𝍸 𝍷𝍷
18	𝍷𝍷𝍷𝍷
19	
20	

Summe	Anzahl
10	0
11	0
12	3
13	7
14	25
15	33
16	24
17	12
18	4
19	0
20	0

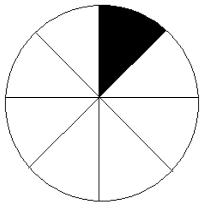
Säulendiagramm



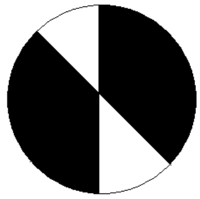
Experiment „Glücksräder drehen“



Glücksrad 1



Glücksrad 2



Glücksrad 3

Drehe jedes Glücksrad 30-mal. Führe über die Drehergebnisse Strichlisten und bestimme anschließend jeweils die Anzahl der Striche.

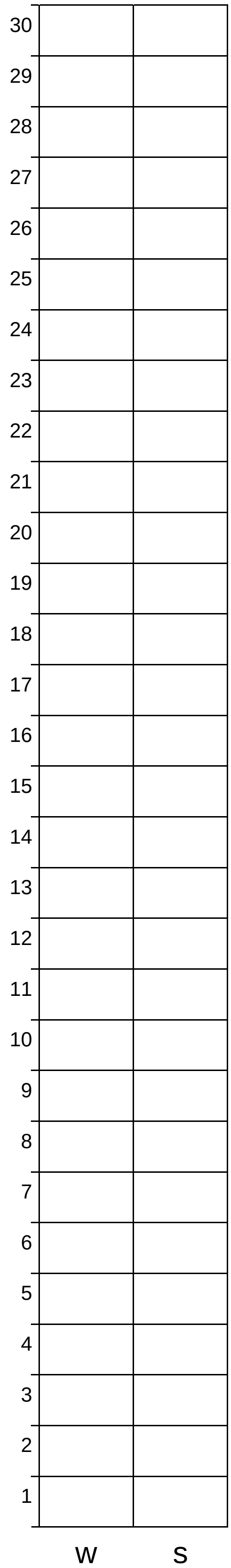
	weiß	schwarz
Glücksrad 1		
Anzahl		

	weiß	schwarz
Glücksrad 2		
Anzahl		

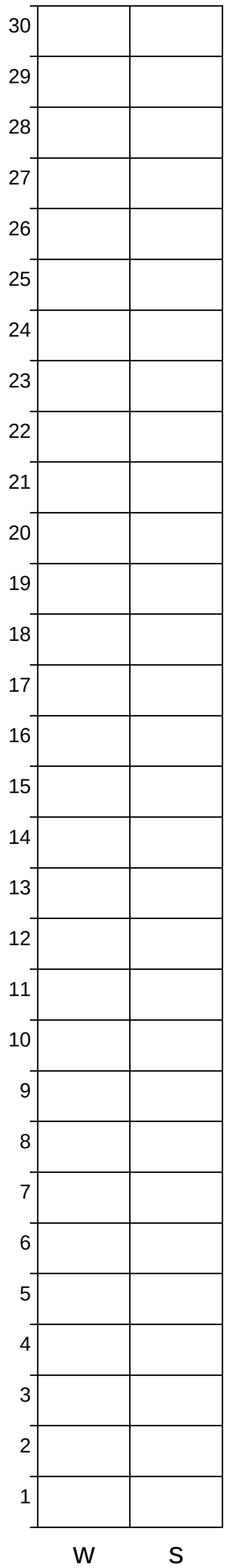
	weiß	schwarz
Glücksrad 3		
Anzahl		

Halte deine Drehergebnisse in Säulendiagrammen fest.

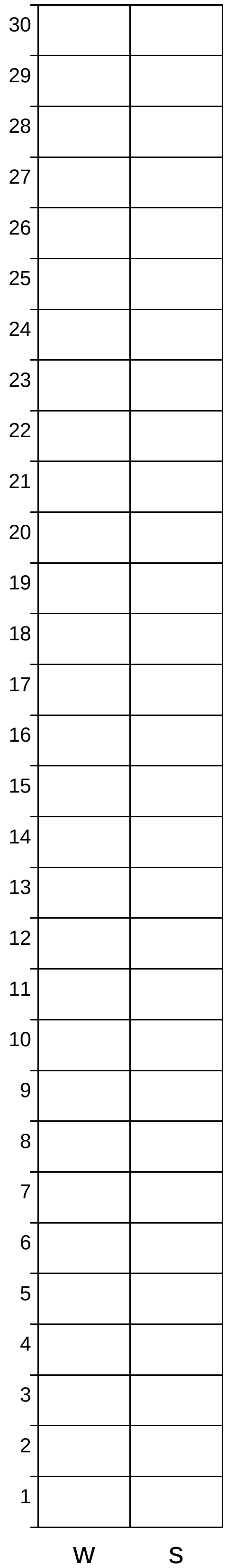
Glücksrad 1



Glücksrad 2



Glücksrad 3



Bei welchem Glücksrad hast du ‚schwarz' am häufigsten als Ergebnis erhalten?
Hast du dafür eine Erklärung? Schreibe sie auf.